

UBND QUẬN BẮC TỪ LIÊM  
PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KỲ 1

NĂM HỌC: 2019 – 2020

MÔN: TOÁN LỚP 9

Thời gian làm bài: 90 phút

### Bài I. (2,0 điểm)

Cho hai biểu thức:

$$A = \frac{6}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)} \text{ và } B = \frac{2\sqrt{x}}{x-9} - \frac{2}{\sqrt{x}+3} \text{ với } x > 0; x \neq 9$$

- 1) Tính giá trị của biểu thức  $A$  khi  $x = 4$ ;
- 2) Rút gọn biểu thức  $M = A : B$ ;
- 3) Tìm các giá trị của  $x$  để  $3\sqrt{x} + 5 = 2M$ .

### Bài II. (2,0 điểm)

- 1) Thực hiện phép tính:  $3\sqrt{8} - \sqrt{50} - \sqrt{(\sqrt{2}-1)^2}$
- 2) Giải các phương trình sau:
  - a)  $\sqrt{x^2 - 6x + 9} = 1$
  - b)  $2\sqrt{12x} - 3\sqrt{3x} + 4\sqrt{48x} = 17$

### Bài III. (2,0 điểm)

Cho hàm số  $y = (m + 1)x + 6$  (1) với  $m \neq -1$ .

1) Vẽ đồ thị hàm số (1) khi  $m = 2$ .

2) Gọi đồ thị của hàm số (1) là đường thẳng ( $d$ ), tìm  $m$  để đường thẳng ( $d$ ) cắt đường thẳng  $y = 5x + m - 2$  tại một điểm nằm trên trục tung.

3) Tìm  $m$  để khoảng cách từ gốc tọa độ  $O$  đến đường thẳng ( $d$ ) bằng  $3\sqrt{2}$ .

### Bài IV. (3,5 điểm)

Cho điểm  $M$  nằm ngoài đường tròn  $(O; R)$ . Từ  $M$  kẻ các tiếp tuyến  $MA; MB$  tới đường tròn tâm  $O$  ( $A; B$  là các tiếp điểm). Gọi  $H$  là giao điểm của  $MO$  với  $AB$ .

1) Chứng minh rằng: Bốn điểm  $M; A; O; B$  cùng thuộc một đường tròn.

2) Chứng minh rằng:  $MO \perp AB$  tại  $H$

3) Nếu  $OM = 2R$  hãy tính độ dài  $MA$  theo  $R$  và tính số đo các góc  $\widehat{AMB}; \widehat{AOB}$ ?

4) Kẻ đường kính  $AD$  của đường tròn  $(O)$ ,  $MD$  cắt đường tròn  $(O)$  tại điểm thứ hai là  $C$ . Chứng minh rằng:  $\widehat{MHC} = \widehat{ADC}$

### Bài V. (0,5 điểm)

Cho  $x; y$  là các số dương thỏa mãn  $x \geq 2y$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $M$  với  $M = \frac{x^2 + y^2}{xy}$ .

## HƯỚNG DẪN GIẢI

### Bài I. (2,0 điểm)

Cho hai biểu thức:

$$A = \frac{6}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)} \text{ và } B = \frac{2\sqrt{x}}{x-9} - \frac{2}{\sqrt{x}+3} \text{ với } x > 0; x \neq 9$$

- 1) Tính giá trị của biểu thức  $A$  khi  $x = 4$ ;
- 2) Rút gọn biểu thức  $M = A : B$ ;
- 3) Tìm các giá trị của  $x$  để  $3\sqrt{x} + 5 = 2M$ .

### Lời giải

- 1) Tính giá trị của biểu thức  $A$  khi  $x = 4$ ;

Thay  $x = 4$  (thỏa điều kiện xác định) vào biểu thức  $A$ , ta được:

$$A = \frac{6}{\sqrt{4}(\sqrt{4}-3)} = \frac{6}{2 \cdot (2-3)} = \frac{6}{2 \cdot (-1)} = \frac{6}{-2} = -3$$

2) Rút gọn biểu thức  $M = A : B$ ;

$$M = \frac{6}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)} : \left( \frac{2\sqrt{x}}{x-9} - \frac{2}{\sqrt{x}+3} \right)$$

$$M = \frac{6}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)} : \left[ \frac{2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} - \frac{2(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} \right]$$

$$M = \frac{6}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)} : \left[ \frac{2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} - \frac{2\sqrt{x}-6}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} \right]$$

$$M = \frac{6}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)} : \frac{2\sqrt{x} - 2\sqrt{x} + 6}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)}$$

$$M = \frac{6}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)} : \frac{6}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)}$$

$$M = \frac{6}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)} \cdot \frac{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)}{6}$$

$$M = \frac{6(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)}{6\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)}$$

$$M = \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}}$$

3) Tìm các giá trị của  $x$  để  $3\sqrt{x} + 5 = 2M$ .

$$3\sqrt{x} + 5 = 2M \Leftrightarrow 3\sqrt{x} + 5 = 2 \cdot \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}(3\sqrt{x} + 5)}{\sqrt{x}} = \frac{2\sqrt{x} + 6}{\sqrt{x}}$$

$$\Rightarrow \sqrt{x}(3\sqrt{x} + 5) = 2\sqrt{x} + 6$$

$$\Leftrightarrow 3x + 5\sqrt{x} = 2\sqrt{x} + 6$$

$$\Leftrightarrow 3x + 5\sqrt{x} - 2\sqrt{x} - 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow 3x + 3\sqrt{x} - 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow 3(x + \sqrt{x} - 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow x + \sqrt{x} - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x - \sqrt{x} + 2\sqrt{x} - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x}(\sqrt{x} - 1) + 2(\sqrt{x} - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x} - 1 = 0 \text{ hoặc } \sqrt{x} + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x} = 1 \text{ hoặc } \sqrt{x} = -2 \text{ (vô lý)}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x} = 1$$

$$\Leftrightarrow x = 1 \text{ (thỏa điều kiện)}$$

Vậy  $x = 1$  thì  $3\sqrt{x} + 5 = 2M$

## Bài II. (2,0 điểm)

1) Thực hiện phép tính:  $3\sqrt{8} - \sqrt{50} - \sqrt{(\sqrt{2} - 1)^2}$

Lời giải

$$\begin{aligned}
 & 3\sqrt{8} - \sqrt{50} - \sqrt{(\sqrt{2} - 1)^2} \\
 &= 3\sqrt{2^2 \cdot 2} - \sqrt{5^2 \cdot 2} - |\sqrt{2} - 1| \\
 &= 3\sqrt{2^2 \cdot 2} - \sqrt{5^2 \cdot 2} - (\sqrt{2} - 1) \\
 &= 3 \cdot 2\sqrt{2} - 5\sqrt{2} - \sqrt{2} + 1 \\
 &= 6\sqrt{2} - 5\sqrt{2} - \sqrt{2} + 1 \\
 &= (6 - 5 - 1)\sqrt{2} + 1 \\
 &= 1
 \end{aligned}$$

2) Giải các phương trình sau:

a)  $\sqrt{x^2 - 6x + 9} = 1$

b)  $2\sqrt{12x} - 3\sqrt{3x} + 4\sqrt{48x} = 17$

Lời giải

a)  $\sqrt{x^2 - 6x + 9} = 1 \Leftrightarrow \sqrt{(x - 3)^2} = 1, (\text{Điều kiện: } x \in \mathbb{R})$

$$\Leftrightarrow |x - 3| = 1$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - 3 = 1 \\ x - 3 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 + 3 \\ x = -1 + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = 2 \end{cases}$$

Vậy  $x = 2; x = 4$

$$b) 2\sqrt{12x} - 3\sqrt{3x} + 4\sqrt{48x} = 17$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{2^2 \cdot 3x} - 3\sqrt{3x} + 4\sqrt{4^2 \cdot 3x} = 17$$

$$\Leftrightarrow 2 \cdot 2\sqrt{3x} - 3\sqrt{3x} + 4 \cdot 4\sqrt{3x} = 17$$

$$\Leftrightarrow 4\sqrt{3x} - 3\sqrt{3x} + 16\sqrt{3x} = 17, \text{ (Điều kiện: } 3x \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 0)$$

$$\Leftrightarrow (4 - 3 + 16)\sqrt{3x} = 17$$

$$\Leftrightarrow 17\sqrt{3x} = 17$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{3x} = 17 : 17$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{3x} = 1$$

$$\Leftrightarrow 3x = 1$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1}{3} \text{ (thỏa điều kiện)}$$

$$\text{Vậy } x = \frac{1}{3}$$

### Bài III. (2,0 điểm)

Cho hàm số  $y = (m + 1)x + 6$  (1) với  $m \neq -1$ .

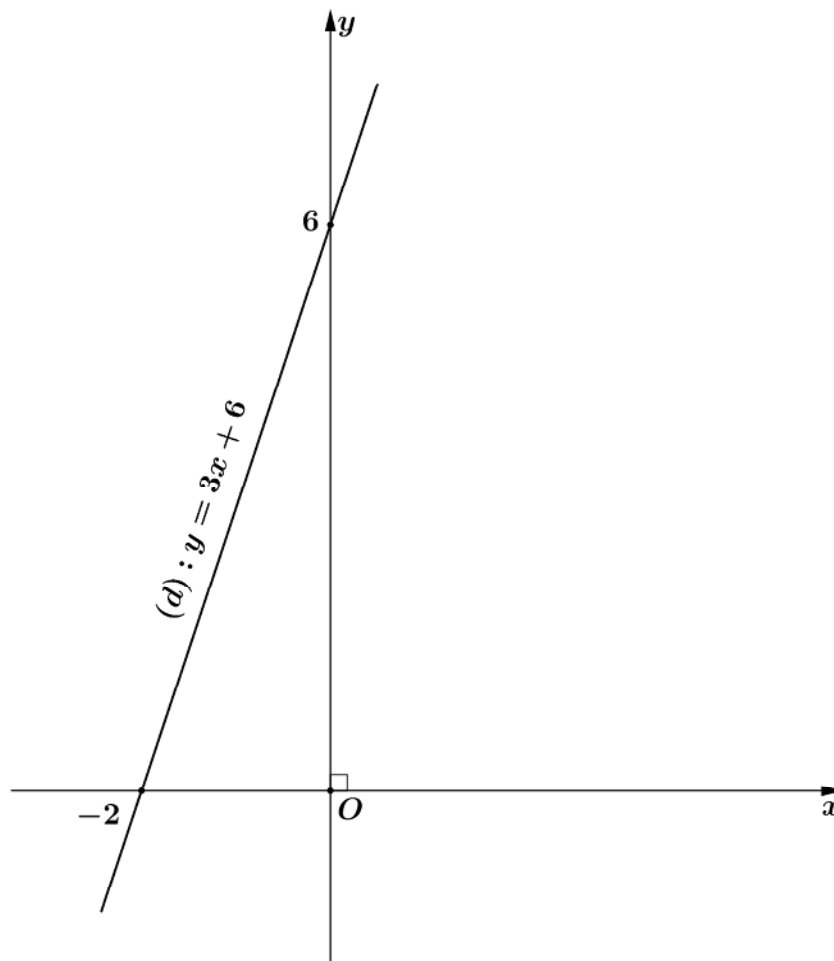
1) Vẽ đồ thị hàm số (1) khi  $m = 2$ .

#### Lời giải

Khi  $m = 2$ , ta có:  $y = (2 + 1)x + 6 = 3x + 6$

$x$	0	-2
$y = 3x + 6$	6	0

Đồ thị hàm số  $y = 3x + 6$  là đường thẳng đi qua điểm  $(0;6)$  và điểm  $(-2;0)$ .





2) Gọi đồ thị của hàm số (1) là đường thẳng  $(d)$ , tìm  $m$  để đường thẳng  $(d)$  cắt đường thẳng  $y = 5x + m - 2$  tại một điểm nằm trên trục tung.

### Lời giải

$$(d): y = (m + 1)x + 6$$

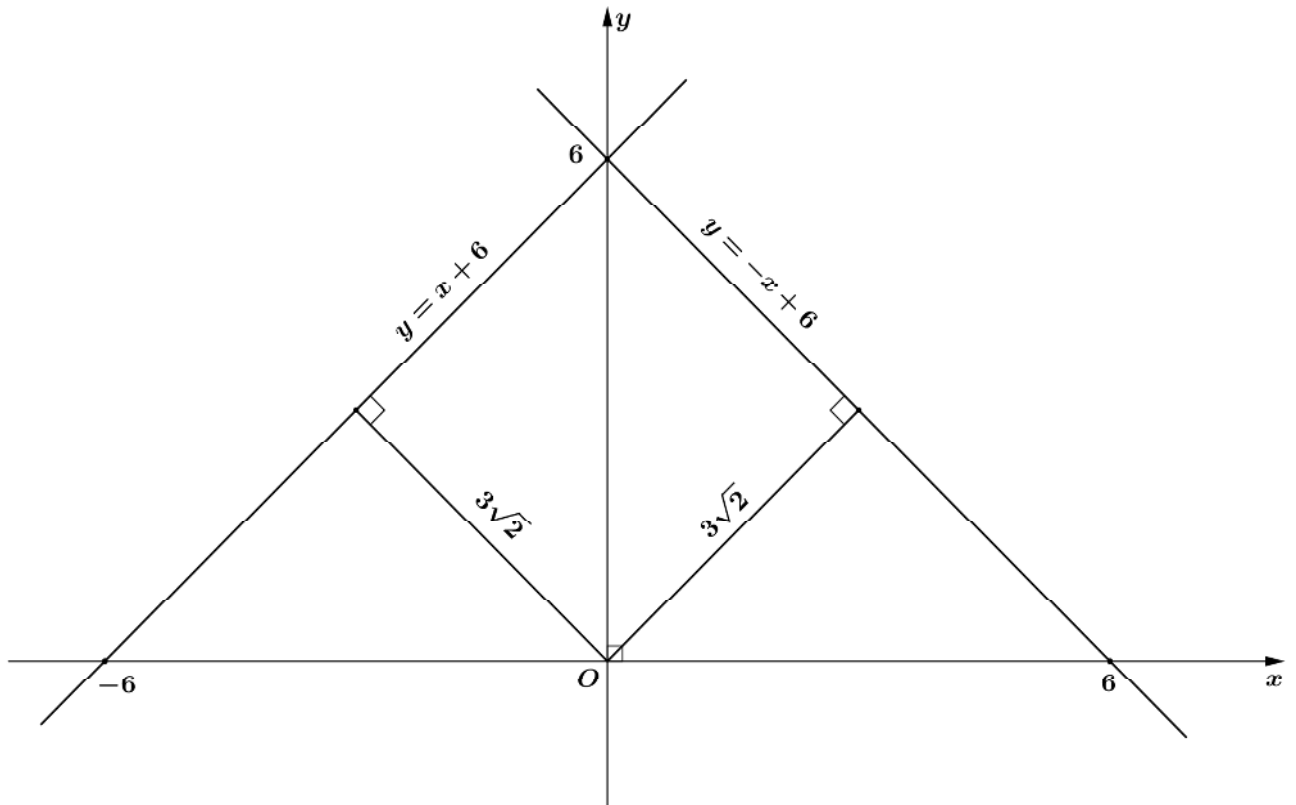
Đường thẳng  $(d)$  cắt đường thẳng  $y = 5x + m - 2$  tại một điểm

$$\text{nằm trên trục tung} \Leftrightarrow \begin{cases} m + 1 \neq 0 \\ m + 1 \neq 5 \\ m - 2 = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -1 \\ m \neq 4 \\ m = 8 \end{cases} \Leftrightarrow m = 8$$

Vậy  $m = 8$  thì đường thẳng  $(d)$  cắt đường thẳng  $y = 5x + m - 2$  tại một điểm nằm trên trục tung.

3) Tìm  $m$  để khoảng cách từ gốc tọa độ  $O$  đến đường thẳng  $(d)$  bằng  $3\sqrt{2}$ .

### Lời giải



Đồ thị hàm số  $y = (m+1)x + 6$  với  $m \neq -1$  là đường thẳng cắt trục  $Ox$  tại điểm  $A\left(\frac{-6}{m+1}; 0\right)$  và cắt trục  $Oy$  tại điểm  $B(0; 6)$

Suy ra:  $OA = \left|\frac{-6}{m+1}\right| = \frac{6}{|m+1|}$  và  $OB = |6| = 6$

Kẻ  $OH \perp AB$  tại  $H$  thì  $OH$  chính là khoảng cách từ  $O$  đến đường thẳng  $(d)$ .

Theo hệ thức lượng trong tam giác vuông, ta có:

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{(3\sqrt{2})^2} = \frac{1}{\frac{36}{(m+1)^2}} + \frac{1}{36}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{18} = \frac{(m+1)^2}{36} + \frac{1}{36}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{18} = \frac{(m+1)^2 + 1}{36}$$

$$\Leftrightarrow \frac{2}{36} = \frac{(m+1)^2 + 1}{36}$$

$$\Leftrightarrow (m+1)^2 + 1 = 2$$

$$\Leftrightarrow m^2 + 2m + 1 + 1 = 2$$

$$\Leftrightarrow m^2 + 2m + 2 = 2$$

$$\Leftrightarrow m^2 + 2m + 2 - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 + 2m = 0$$

$$\Leftrightarrow m(m+2) = 0$$

$$\Leftrightarrow m = 0 \text{ hoặc } m + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow m = 0 \text{ (thỏa điều kiện) hoặc } m = -2 \text{ (thỏa điều kiện)}$$

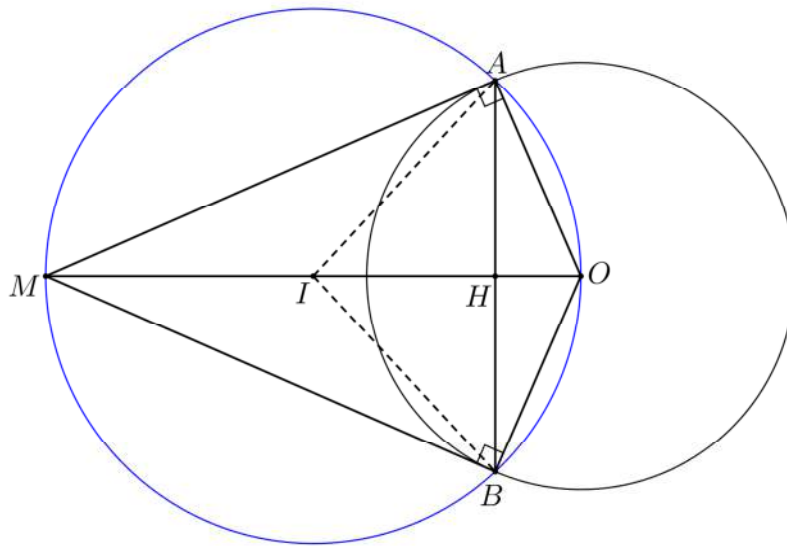
Vậy  $m = 0$ ;  $m = -2$  thì khoảng cách từ gốc tọa độ  $O$  đến đường thẳng  $(d)$  bằng  $3\sqrt{2}$ .

### Bài IV. (3,5 điểm)

Cho điểm  $M$  nằm ngoài đường tròn  $(O;R)$ . Từ  $M$  kẻ các tiếp tuyến  $MA; MB$  tới đường tròn tâm  $O$  ( $A; B$  là các tiếp điểm). Gọi  $H$  là giao điểm của  $MO$  với  $AB$ .

1) Chứng minh rằng: Bốn điểm  $M; A; O; B$  cùng thuộc một đường tròn.

#### Lời giải



Gọi  $I$  là trung điểm của đoạn thẳng  $OM$ .

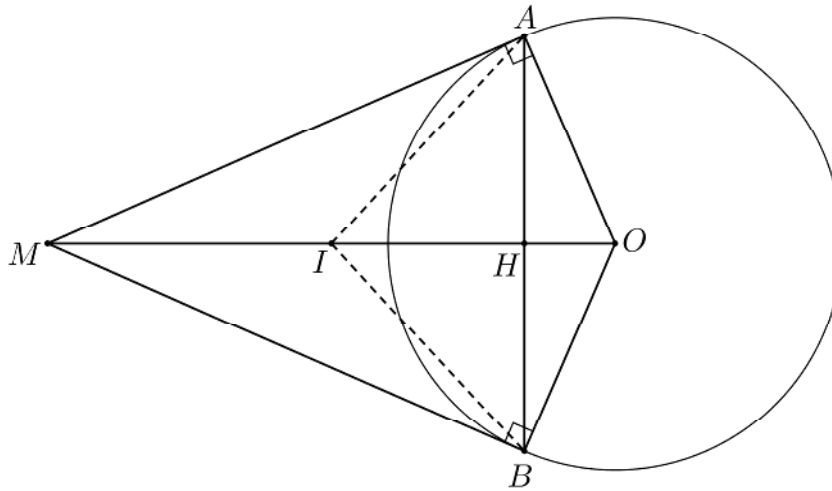
$\triangle OAM$  vuông tại  $A$ , có đường trung tuyến  $AI$  ứng với cạnh huyền  $OM$  nên  $AI = \frac{OM}{2}$  hay  $IA = IO = IM$  ①

Tương tự:  $\triangle OBM$  vuông tại  $B$ , có đường trung tuyến  $BI$  ứng với cạnh huyền  $OM$  nên  $BI = \frac{OM}{2}$  hay  $IB = IO = IM$  ②

Từ ① và ② suy ra:  $IA = IB = IO = IM$

Vậy bốn điểm  $M; A; O; B$  cùng thuộc một đường tròn.

2) Chứng minh rằng:  $MO \perp AB$  tại  $H$



$MA; MB$  là hai tiếp tuyến của đường tròn  $(O; R)$

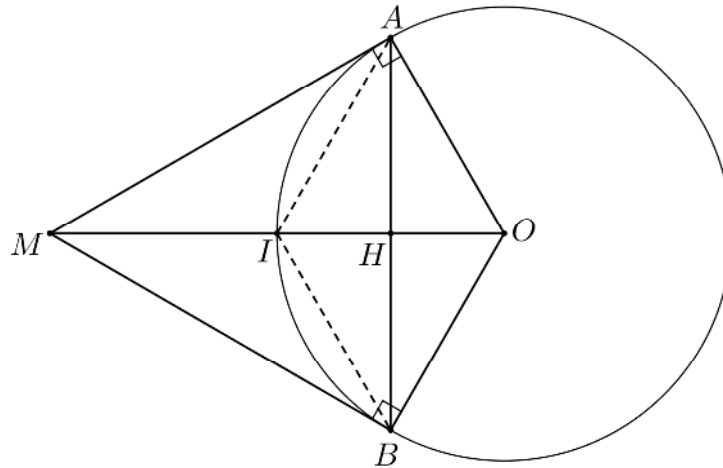
Theo tính chất của hai tiếp tuyến cắt nhau, ta có:  $MA = MB$

Mặt khác:  $OA = OB = R$

$\Rightarrow OM$  là đường trung trực của đoạn thẳng  $AB$ .

Suy ra:  $MO \perp AB$  tại  $H$

3) Nếu  $OM = 2R$  hãy tính độ dài  $MA$  theo  $R$  và tính số đo các góc  $\widehat{AMB}$ ;  $\widehat{AOB}$ ?



Xét  $\triangle OAM$  vuông tại  $A$ , theo định lí Pitago, ta có:

$$OM^2 = OA^2 + AM^2$$

$$\Rightarrow AM^2 = OM^2 - OA^2 = (2R)^2 - R^2 = 4R^2 - R^2 = 3R^2$$

$$\Rightarrow AM = R\sqrt{3}$$

$$\tan \widehat{AMO} = \frac{OA}{AM} = \frac{R}{R\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \widehat{AMO} = 30^\circ$$

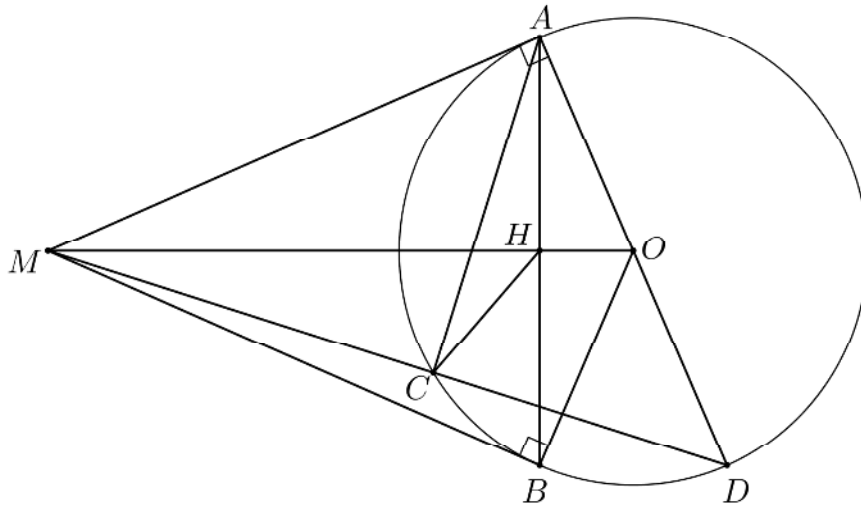
$\Rightarrow \widehat{AMB} = 2 \cdot \widehat{AMO} = 2 \cdot 30^\circ = 60^\circ$  (vì  $MO$  là tia phân giác của  $\widehat{AMB}$ , tính chất của hai tiếp tuyến cắt nhau).

Xét  $\triangle OAM$  vuông tại  $A$  có:  $\widehat{AMO} + \widehat{AOM} = 90^\circ$

$$\Rightarrow \widehat{AOM} = 90^\circ - \widehat{AMO} = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$$

$\Rightarrow \widehat{AOB} = 2 \cdot \widehat{AOM} = 2 \cdot 60^\circ = 120^\circ$  (vì  $OM$  là tia phân giác của  $\widehat{AOB}$ , tính chất của hai tiếp tuyến cắt nhau).

4) Kẻ đường kính  $AD$  của đường tròn  $(O)$ ,  $MD$  cắt đường tròn  $(O)$  tại điểm thứ hai là  $C$ . Chứng minh rằng:  $\widehat{MHC} = \widehat{ADC}$



Xét  $\triangle OAM$  vuông tại  $A$ , đường cao  $AH$

Theo hệ thức lượng trong tam giác vuông, ta có:  $MH \cdot MO = AM^2$

$\triangle ACD$  có:  $OA = OC = OD = R$  hay  $OC = \frac{AD}{2}$

$\Rightarrow \triangle ACD$  vuông tại  $C$  (Tam giác có đường trung tuyến ứng với một cạnh và bằng nửa cạnh ấy)

$\Rightarrow AC \perp MD$

Xét  $\triangle MAD$  vuông tại  $A$ , đường cao  $AC$

Theo hệ thức lượng trong tam giác vuông, ta có:  $MC \cdot MD = AM^2$

Khi đó:  $MH \cdot MO = MC \cdot MD$

$$\Rightarrow \frac{MH}{MD} = \frac{MC}{MO}$$



Xét  $\triangle MHC$  và  $\triangle MDO$  có:

$\widehat{OMD}$  là góc chung;

$$\frac{MH}{MD} = \frac{MC}{MO} \text{ (cmt)}$$

Do đó:  $\triangle MHC \sim \triangle MDO$  (c.g.c)

$$\Rightarrow \widehat{MHC} = \widehat{MDO} \text{ hay } \widehat{MHC} = \widehat{ADC}$$



## Bài V. (0,5 điểm)

Cho  $x; y$  là các số dương thỏa mãn  $x \geq 2y$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $M$  với  $M = \frac{x^2 + y^2}{xy}$ .

### Lời giải

Ta có:  $x \geq 2y \Leftrightarrow \frac{x}{y} \geq 2$

$$M = \frac{x^2 + y^2}{xy} = \frac{x^2}{xy} + \frac{y^2}{xy} = \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = \left( \frac{x}{4y} + \frac{3x}{4y} \right) + \frac{y}{x}$$

$$M = \frac{x}{4y} + \frac{y}{x} + \frac{3}{4} \cdot \frac{x}{y}$$

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho hai số dương  $\frac{x}{4y}$  và  $\frac{y}{x}$ , ta

$$\text{được: } \frac{x}{4y} + \frac{y}{x} \geq 2\sqrt{\frac{x}{4y} \cdot \frac{y}{x}} = 2 \cdot \frac{1}{2} = 1$$

$$\text{Suy ra: } M = \frac{x}{4y} + \frac{y}{x} + \frac{3}{4} \cdot \frac{x}{y} \geq 1 + \frac{3}{4} \cdot 2 = 1 + \frac{3}{2} = \frac{5}{2}$$

$$\text{Dấu “=” xảy ra khi } \begin{cases} \frac{x}{4y} = \frac{y}{x} \\ \frac{x}{y} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2y$$

Vậy  $\text{Min}M = \frac{5}{2}$  khi  $x = 2y$ .