UBND QUẬN NAM TỪ LIÊM

PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KỲ 1

NĂM HỌC: 2019 – 2020

MÔN: TOÁN LỚP 9

Thời gian làm bài: 90 phút

Bài I. (*2,0 điểm*)

1. Tính:

a) $\dfrac{5}{\sqrt{5}-1}-\dfrac{5}{\sqrt{5}+1}$

b) $\sqrt{(\sqrt{5}-3)^2}-\sqrt{\dfrac{1}{5}}$

2. Giải phương trình:

a) $\sqrt{x-1}+\sqrt{9x-9}+\sqrt{4x-4}=12$

b) $\sqrt{x^2-5x}-\sqrt{x-5}=0$

Bài II. (*2,0 điểm*)

Cho hai biểu thức:

$$A=\frac{x+7}{3\sqrt{x}} \text{ và } B=\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}+\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}+\frac{7\sqrt{x}+3}{9-x} \text{ với } (x>0;\ x\neq 9)$$

a) Tính A khi $x=25$.

b) Chứng minh: $B=\dfrac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}$

c) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P=A.B$

Bài III. (*2,0 điểm*)

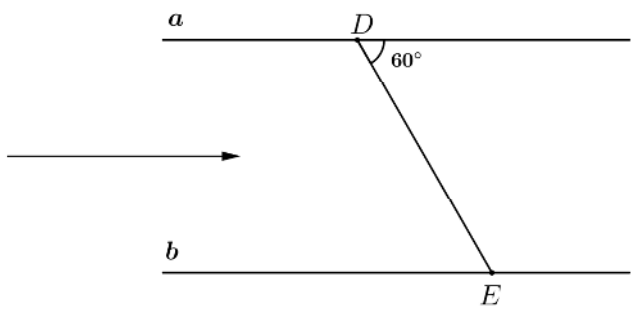
Cho đường thẳng $(d_1): y = 2x + 2$.

a) Vẽ đường thẳng (d_1) trên mặt phẳng toạ độ Oxy.

b) Tìm toạ độ giao điểm của (d_1) và $(d_2): y = x - 3$.

c) Cho đường thẳng $(d_3): y = mx + 5$. Tìm giá trị của m để ba đường thẳng (d_1), (d_2), (d_3) cắt nhau tại một điểm.

Bài IV. (*3,5 điểm*)



1) Một con thuyền ở địa điểm D di chuyển từ bờ sông a sang bờ sông b với vận tốc trung bình là $2km/h$, vượt qua khúc sông chảy mạnh trong 20 phút. Biết đường đi con thuyền là DE, tạo với bờ sông một góc bằng $60°$. Tính chiều rộng khúc sông.

2) Lấy điểm A trên $(O;R)$, vẽ tiếp tuyến Ax. Trên Ax lấy điểm B, trên $(O;R)$ lấy điểm C sao cho $BC = AB$.

a) Chứng minh rằng: CB là tiếp tuyến của (O).

b) Vẽ đường kính AD của (O), kẻ $CK \perp AD$.

Chứng minh rằng: $CD//OB$ và $BC.DC = CK.OB$

c) Lấy M trên cung nhỏ AC của (O), vẽ tiếp tuyến tại M cắt AB, AC lần lượt tại E, F. Vẽ đường tròn tâm I nội tiếp tam giác BFE. Chứng minh rằng: $\Delta MAC \backsim \Delta IFE$

Bài V. (*0,5 điểm*) Cho $x,y,z>0$ và $xy+yz+xz=3xyz$. Tính giá trị nhỏ nhất của:

$$A=\frac{x^2}{z(z^2+x^2)}+\frac{y^2}{x(x^2+y^2)}+\frac{z^2}{y(y^2+z^2)}$$

HƯỚNG DẪN GIẢI

Bài I. (*2,0 điểm*)

1. Tính:

a) $\dfrac{5}{\sqrt{5}-1}-\dfrac{5}{\sqrt{5}+1}$

b) $\sqrt{(\sqrt{5}-3)^2}-\sqrt{\dfrac{1}{5}}$

Lời giải

a) $\dfrac{5}{\sqrt{5}-1}-\dfrac{5}{\sqrt{5}+1}$

$=\dfrac{5(\sqrt{5}+1)}{(\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}+1)}-\dfrac{5(\sqrt{5}-1)}{(\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}+1)}$

$=\dfrac{5(\sqrt{5}+1)}{5-1}-\dfrac{5(\sqrt{5}-1)}{5-1}$

$=\dfrac{5\sqrt{5}+5}{4}-\dfrac{5\sqrt{5}-5}{4}$

$=\dfrac{5\sqrt{5}+5-5\sqrt{5}+5}{4}$

$=\dfrac{10}{4}$

$=\dfrac{5}{2}$

b) $\sqrt{(\sqrt{5}-3)^2}-\sqrt{\frac{1}{5}}$

$=\left|\sqrt{5}-3\right|-\sqrt{\frac{1.5}{5.5}}$

$=3-\sqrt{5}-\frac{\sqrt{5}}{5}$

$=\frac{15}{5}-\frac{5\sqrt{5}}{5}-\frac{\sqrt{5}}{5}$

$=\frac{15-5\sqrt{5}-\sqrt{5}}{5}$

$=\frac{15-6\sqrt{5}}{5}$

2. Giải phương trình:

a) $\sqrt{x-1}+\sqrt{9x-9}+\sqrt{4x-4}=12$

b) $\sqrt{x^2-5x}-\sqrt{x-5}=0$

Lời giải

a) $\sqrt{x-1}+\sqrt{9x-9}+\sqrt{4x-4}=12$

$\Leftrightarrow \sqrt{x-1}+\sqrt{9(x-1)}+\sqrt{4(x-1)}=12$

$\Leftrightarrow \sqrt{x-1}+3\sqrt{(x-1)}+2\sqrt{(x-1)}=12$

$\Leftrightarrow (1+3+2)\sqrt{x-1}=12$

$\Leftrightarrow 6\sqrt{x-1}=12$, (Điều kiện: $x-1\geq 0 \Leftrightarrow x\geq 1$)

$\Leftrightarrow \sqrt{x-1}=2$

$\Leftrightarrow x-1=4$

$\Leftrightarrow x=5$ (thỏa điều kiện)

Vậy $x=5$

b) $\sqrt{x^2-5x}-\sqrt{x-5}=0$

$\Leftrightarrow \sqrt{x(x-5)}-\sqrt{x-5}=0 \ (*)$

Điều kiện: $\begin{cases} x(x-5)\geq 0 \\ x-5\geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\geq 0 \\ x\geq 5 \end{cases} \Leftrightarrow x\geq 5$

$(*) \Leftrightarrow \sqrt{x}.\sqrt{x-5}-\sqrt{x-5}=0$

$\Leftrightarrow \sqrt{x-5}(\sqrt{x}-1)=0$

$\Leftrightarrow \sqrt{x-5}=0$ hoặc $\sqrt{x}-1=0$

$\Leftrightarrow x-5=0$ hoặc $\sqrt{x}=1$

$\Leftrightarrow x=5$ (thỏa điều kiện) hoặc $x=1$ (không thỏa điều kiện)

Vậy $x=5$

Bài II. (*2,0 điểm*)

Cho hai biểu thức:

$$A=\frac{x+7}{3\sqrt{x}} \text{ và } B=\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}+\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}+\frac{7\sqrt{x}+3}{9-x} \text{ với } (x>0;\ x\neq 9)$$

a) Tính A khi $x=25$

b) Chứng minh: $B=\dfrac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}$

c) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P=A.B$

<u>Lời giải</u>

a) Tính A khi $x=25$

Thay $x=25$ (thỏa điều kiện xác định) vào biểu thức A, ta được:

$$A=\frac{25+7}{3\sqrt{25}}=\frac{32}{3.5}=\frac{32}{15}$$

b) Chứng minh: $B=\dfrac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}$

$$B=\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}+\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}+\frac{7\sqrt{x}+3}{9-x}$$

$$B=\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}+\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}+\frac{-7\sqrt{x}-3}{x-9}$$

$$B=\frac{2\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)}+\frac{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}+3)}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)}+\frac{-7\sqrt{x}-3}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)}$$

$$B=\frac{2x-6\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)}+\frac{x+4\sqrt{x}+3}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)}+\frac{-7\sqrt{x}-3}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)}$$

$$B=\frac{2x-6\sqrt{x}+x+4\sqrt{x}+3-7\sqrt{x}-3}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)}$$

$$B=\frac{3x-9\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)}$$

$$B=\frac{3\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)}$$

$$B=\frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}$$

c) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = A.B$

$$P = \frac{x+7}{3\sqrt{x}} \cdot \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} = \frac{x+7}{\sqrt{x}+3} = \frac{x-9+16}{\sqrt{x}+3}$$

$$P = \frac{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)+16}{\sqrt{x}+3} = \frac{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)}{\sqrt{x}+3} + \frac{16}{\sqrt{x}+3}$$

$$P = \sqrt{x} - 3 + \frac{16}{\sqrt{x}+3} = \sqrt{x} + 3 + \frac{16}{\sqrt{x}+3} - 6$$

Vì $x > 0 \Rightarrow \sqrt{x} > 0 \Rightarrow \sqrt{x} + 3 > 0 \Rightarrow \dfrac{16}{\sqrt{x}+3} > 0$

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho hai số dương $\sqrt{x}+3$ và $\dfrac{16}{\sqrt{x}+3}$, ta được: $\sqrt{x} + 3 + \dfrac{16}{\sqrt{x}+3} \geq 2\sqrt{(\sqrt{x}+3) \cdot \dfrac{16}{\sqrt{x}+3}} = 2.4 = 8$

Suy ra: $P = \sqrt{x} + 3 + \dfrac{16}{\sqrt{x}+3} - 6 \geq 8 - 6 = 2$

Dấu "=" xảy ra khi: $\sqrt{x} + 3 = \dfrac{16}{\sqrt{x}+3} \Leftrightarrow (\sqrt{x}+3)^2 = 16$

$\Leftrightarrow \sqrt{x} + 3 = 4$ (vì $\sqrt{x} + 3 > 0$)

$\Leftrightarrow \sqrt{x} = 1$

$\Leftrightarrow x = 1$ (thỏa điều kiện xác định)

Vậy $MinP = 2 \Leftrightarrow x = 1$

Bài III. (*2,0 điểm*)

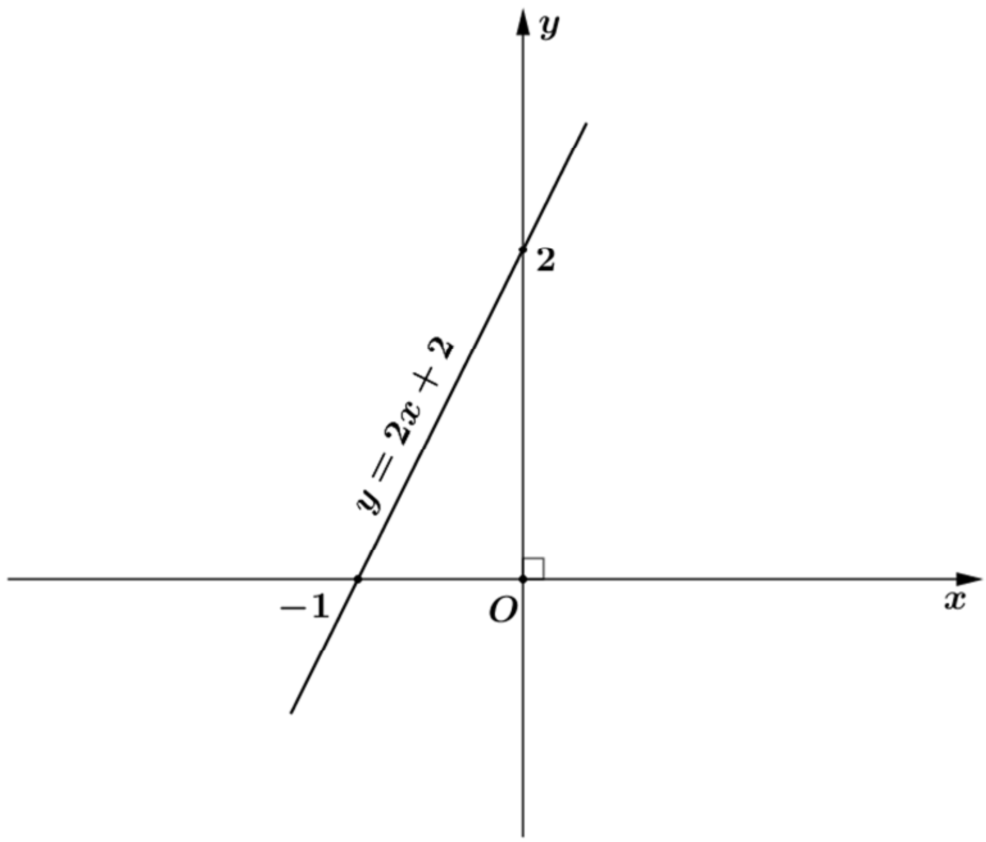
Cho đường thẳng $(d_1): y = 2x + 2$.

a) Vẽ đường thẳng (d_1) trên mặt phẳng toạ độ Oxy.

Lời giải

x	0	-1
$y = 2x + 2$	2	0

Đồ thị hàm số $y = 2x + 2$ là đường thẳng đi qua điểm $(0;2)$ và điểm $(-1;0)$



b) Tìm toạ độ giao điểm của (d_1) và $(d_2): y = x - 3$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của (d_1) và (d_2): $2x + 2 = x - 3$

$\Leftrightarrow 2x - x = -3 - 2$

$\Leftrightarrow x = -5$

$\Rightarrow y = -5 - 3 = -8$

Vậy tọa độ giao điểm của (d_1) và (d_2) là $A(-5;-8)$

c) Cho đường thẳng $(d_3): y = mx + 5$. Tìm giá trị của m để ba đường thẳng (d_1), (d_2), (d_3) cắt nhau tại một điểm.

Lời giải

$(d_1): y = 2x + 2$; $(d_2): y = x - 3$; $(d_3): y = mx + 5$

Ba đường thẳng (d_1), (d_2), (d_3) cắt nhau tại một điểm thì: $\begin{cases} m \neq 1 \\ m \neq 2 \end{cases}$

Và $A(-5;-8)$ thuộc đường thẳng (d_3).

$\Leftrightarrow m.(-5) + 5 = -8$

$\Leftrightarrow -5m = -8 - 5$

$\Leftrightarrow -5m = -13$

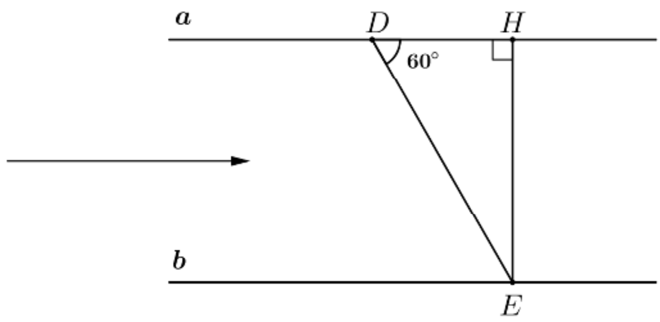
$\Leftrightarrow m = \dfrac{13}{5}$ (thỏa điều kiện)

Vậy $m = \dfrac{13}{5}$ thì ba đường thẳng (d_1), (d_2), (d_3) cắt nhau tại một điểm.

Bài IV. (*3,5 điểm*)

1) Một con thuyền ở địa điểm D di chuyển từ bờ sông a sang bờ sông b với vận tốc trung bình là $2km/h$, vượt qua khúc sông chảy mạnh trong 20 phút. Biết đường đi con thuyền là DE, tạo với bờ sông một góc bằng $60°$. Tính chiều rộng khúc sông.

Lời giải



Từ E kẻ $EH \perp a$ $\Rightarrow$Chiều rộng khúc sông là EH.

Quãng đường thuyền đi được trong 20 phút$=\frac{1}{3}h$ với vận tốc $2km/h$ là: $ED = 2\cdot\frac{1}{3} = \frac{2}{3}km$.

Xét ΔEHD vuông tại H:

Theo hệ thức lượng trong tam giác vuông, ta có: $\sin\widehat{EDH} = \frac{EH}{ED}$

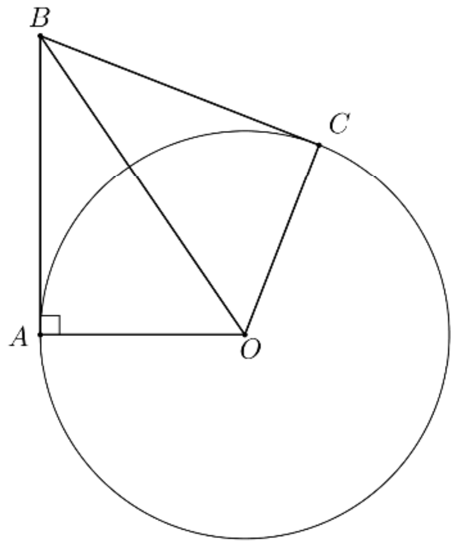
$$\Rightarrow EH = DE.\sin\widehat{HDE} = \frac{2}{3}\cdot\sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{3}km \approx 577m$$

Vậy chiều rộng khúc sông là $577m$.

2) Lấy điểm A trên $(O;R)$, vẽ tiếp tuyến Ax. Trên Ax lấy điểm B, trên $(O;R)$ lấy điểm C sao cho $BC = AB$.

a) Chứng minh rằng: CB là tiếp tuyến của (O).

Lời giải



Xét ΔOAB và ΔOAC có:

$OA = OC = R$

OB là cạnh chung

$BA = BC\,(gt)$

Do đó: $\Delta OAB = \Delta OAC\,(c.c.c)$

$\Rightarrow \widehat{OAB} = \widehat{OCB}$ (Hai góc tương ứng)

Ta cũng có: $\widehat{OAB} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{OCB} = 90^\circ \Rightarrow OC \perp BC$

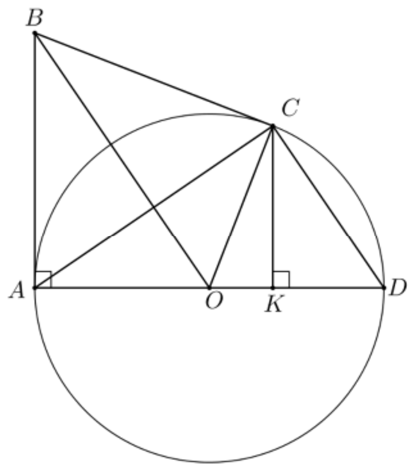
Mà OC là bán kính của đường tròn $(O;R)$

Suy ra: CB là tiếp tuyến của (O).

b) Vẽ đường kính AD của (O), kẻ $CK \perp AD$.

Chứng minh rằng: $CD//OB$ và $BC.DC = CK.OB$

Lời giải



Ta có: $OA = OC = OD = R$ hay $OC = \dfrac{AD}{2}$

Xét ΔACD có đường trung tuyến OC ứng với cạnh AD và $OC = \dfrac{AD}{2}$ nên ΔACD vuông tại $C \Rightarrow AC \perp CD$.

$$\left.\begin{matrix} BA = BC \\ OA = OC \end{matrix}\right\} \Rightarrow OB \text{ là đường trung trực của đoạn thẳng } AC$$

$\Rightarrow OB \perp AC$

$$\left.\begin{matrix} AC \perp CD \\ AC \perp OB \end{matrix}\right\} \Rightarrow OB//CD$$

Vì $OB//CD$ nên $\widehat{BOC} = \widehat{OCD}$ (Hai góc so le trong)

Mà $\widehat{OCD} = \widehat{ODC}$ (vì ΔOCD cân tại O, $OC = OD = R$)

$\Rightarrow \widehat{BOC} = \widehat{ODC}$ hay $\widehat{BOC} = \widehat{CDK}$

Xét ΔBCO và ΔCKD có:

$$\widehat{BCO}=\widehat{CKD}=90^\circ$$

$$\widehat{BOC}=\widehat{CDK}\,(cmt)$$

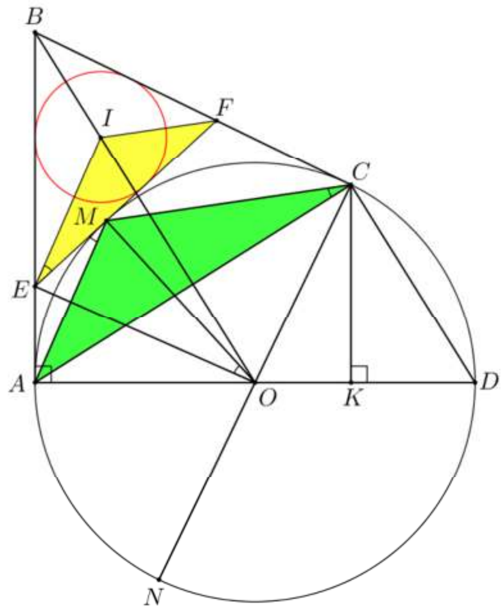
Do đó: $\Delta BCO \backsim \Delta CKD (g.g)$

$$\Rightarrow \frac{BC}{CK}=\frac{OB}{CD}$$

$$\Rightarrow BC.DC=CK.OB$$

c) Lấy M trên cung nhỏ AC của (O), vẽ tiếp tuyến tại M cắt AB, AC lần lượt tại E, F. Vẽ đường tròn tâm I nội tiếp tam giác BFE. Chứng minh rằng: $\Delta MAC \backsim \Delta IFE$.

Lời giải



Ta có: I là tâm đường tròn nội tiếp ΔBFE

$\Rightarrow EI$ là tia phân giác của $\widehat{BEF}$

Theo tính chất của hai tiếp tuyến cắt nhau, ta có: EO là tia phân giác của $\widehat{AEF}$.

Mà $\widehat{AEF}$ và $\widehat{BEF}$ là hai góc kề bù $\Rightarrow EI \perp OE$ (1)

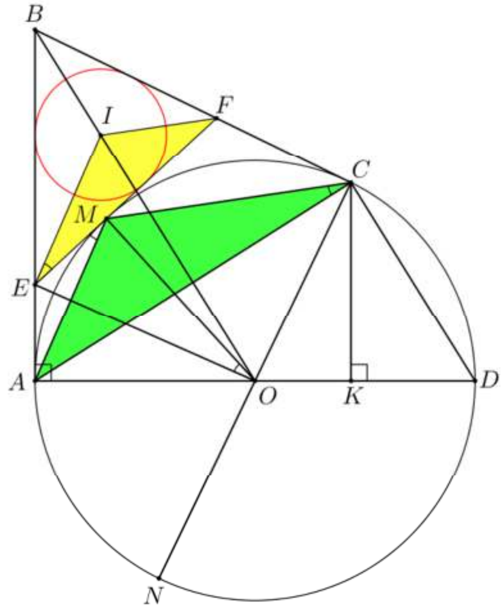
Theo tính chất của hai tiếp tuyến cắt nhau, ta có: $EA = EM$

Và $OA = OM = R$

$\Rightarrow OE$ là đường trung trực của đoạn thẳng $AM \Rightarrow OE \perp AM$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra: $EI // AM$

$\Rightarrow \widehat{IEF} = \widehat{AME}$ (Hai góc so le trong) (3)



Chứng minh tương tự, ta được: $\widehat{IFE}=\widehat{CMF}$

Ta có: $\widehat{IEF}+\widehat{IFE}+\widehat{EIF}=180^\circ$ (Tổng 3 góc của tam giác)

Và $\widehat{AME}+\widehat{AMC}+\widehat{CMF}=180^\circ$

Mà: $\widehat{IEF}=\widehat{AME}(cmt)$; $\widehat{IFE}=\widehat{CMF}$

$\Rightarrow \widehat{EIF}=\widehat{AMC}$

Kẻ đường kính CN của đường tròn (O).

ΔOMC cân tại O vì $OM=OC=R$

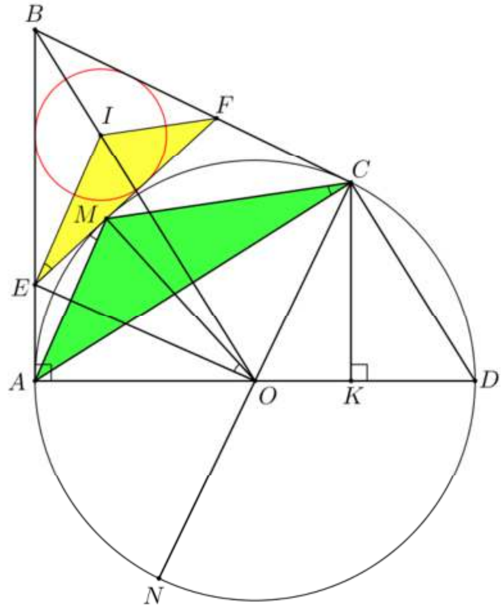
$\Rightarrow \widehat{OMC}=\widehat{OCM}$

$\widehat{MON}$ là góc ngoài tại O của ΔOMC

$\Rightarrow \widehat{MON}=\widehat{OMC}+\widehat{OCM}=2.\widehat{OCM}$ (vì $\widehat{OMC}=\widehat{OCM}(cmt)$) (4)

ΔOAC cân tại O vì $OA=OC=R$

$\Rightarrow \widehat{OAC}=\widehat{ACO}$



$\widehat{AON}$ là góc ngoài tại O của ΔOAC

$\Rightarrow \widehat{AON} = \widehat{OAC} + \widehat{ACO} = 2.\widehat{ACO}$ (vì $\widehat{OAC} = \widehat{ACO}(cmt)$) (5)

Từ (4) và (5) suy ra: $\widehat{MON} - \widehat{AON} = 2.\widehat{OCM} - 2.\widehat{ACO}$

$\Rightarrow \widehat{AOM} = 2(\widehat{OCM} - \widehat{ACO}) = 2.\widehat{ACM}$

Mà $\widehat{AOM} = 2.\widehat{EOM}$ (Tính chất của 2 tiếp tuyến cắt nhau)

$\Rightarrow \widehat{EOM} = \widehat{ACM}$ (4)

Ta lại có: $\widehat{EOM} = \widehat{AME}$ (cùng phụ với $\widehat{AMO}$) (5)

Từ (3), (4) và (5) suy ra: $\widehat{IEF} = \widehat{ACM}$

Xét ΔMAC và ΔIFE có:

$$\widehat{EIF} = \widehat{AMC}$$

$$\widehat{IEF} = \widehat{ACM}$$

Do đó: $\Delta MAC \backsim \Delta IFE (g.g)$

Bài V. ***(0,5 điểm)*** Cho $x, y, z > 0$ và $xy + yz + xz = 3xyz$. Tính giá trị nhỏ nhất của:

$$A = \frac{x^2}{z(z^2 + x^2)} + \frac{y^2}{x(x^2 + y^2)} + \frac{z^2}{y(y^2 + z^2)}$$

Lời giải

Ta có: $xy + yz + xz = 3xyz \Rightarrow \frac{xy}{xyz} + \frac{yz}{xyz} + \frac{xz}{xyz} = \frac{3xyz}{xyz}$

$$\Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 3$$

Đặt $\frac{1}{x} = a$; $\frac{1}{y} = b$; $\frac{1}{z} = c$ $\Rightarrow a + b + c = 3$ và

$$\frac{z^2 + x^2}{x^2} = \frac{z^2}{x^2} + \frac{x^2}{x^2} = \left(\frac{z}{x}\right)^2 + 1 = \left(\frac{a}{c}\right)^2 + 1 = \frac{a^2 + c^2}{c^2}$$

Nên $\frac{x^2}{z\left(z^2 + x^2\right)} = c \cdot \frac{c^2}{a^2 + c^2} = \frac{c^3}{a^2 + c^2}$

Khi đó: $A = \frac{c^3}{a^2 + c^2} + \frac{a^3}{a^2 + b^2} + \frac{b^3}{b^2 + c^2}$

Ta có: $\frac{c^3}{a^2 + c^2} = c - \frac{c.a^2}{a^2 + c^2} \geq c - \frac{c.a^2}{2ac} = c - \frac{a}{2}$

Tương tự: $\begin{cases} \frac{a^3}{a^2 + b^2} \geq a - \frac{b}{2} \\ \frac{b^3}{b^2 + c^2} \geq b - \frac{c}{2} \end{cases}$

Suy ra

$$A=\frac{c^3}{a^2+c^2}+\frac{a^3}{a^2+b^2}+\frac{b^3}{b^2+c^2}\geq(a+b+c)-\frac{a+b+c}{2}=\frac{a+b+c}{2}=\frac{3}{2}$$

Dấu bằng xảy ra khi $a=b=c=1\Leftrightarrow\frac{1}{x}=\frac{1}{y}=\frac{1}{z}=1\Leftrightarrow x=y=z=1$

Vậy $\min A=\frac{3}{2}\Leftrightarrow x=y=z=1.$